

## §1: GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA MỘT GÓC BẤT KÌ TỪ $0^0$ ĐẾN $180^0$

### TÓM TẮT

❶  $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} (\cos \alpha \neq 0), \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} (\sin \alpha \neq 0)$

❷  $\sin \alpha = \sin(180^0 - \alpha), \cos \alpha = -\cos(180^0 - \alpha)$

$\tan \alpha = -\tan(180^0 - \alpha), \cot \alpha = -\cot(180^0 - \alpha)$

❸ Góc giữa hai vectơ là đưa về chung góc.



### Bài tập tự luyện

Bài 1) Tính giá trị của biểu thức.

a)  $A = 2 \sin 30^0 + 3 \cos 45^0 - \sin 60^0$

b)  $B = 2 \cos 30^0 + 3 \sin 45^0 - \cos 60^0$

c)  $C = \left( 2 \cos^2 \frac{\pi}{6} + \sin \frac{3\pi}{4} - 3 \tan \frac{2\pi}{3} \right) \left( \cot \pi - \cot \frac{\pi}{4} \right)$

d)  $D = 4a^2 \cos^2 60^0 + 2ab \cos^2 180^0 + \frac{4}{3}b^2 \cos^2 30^0$

Bài 2) Tính các giá trị lượng giác còn lại biết.

a)  $\sin a = \frac{3}{5}$  với  $0 < a < \frac{\pi}{2}$

b)  $\tan a = -\sqrt{2}$  với  $0 < a < \pi$

c)  $\cos a = \sqrt{\frac{1}{5}}$  với  $0 < a < \frac{\pi}{2}$

d)  $\sin a = \frac{1}{3}$  với  $a \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$

e)  $\cot a = -2$  với  $a \in (0^0, 180^0)$

f)  $\cos a = -\frac{1}{5}$  với  $a \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$

**g)**  $\tan a = 1$  với  $0 < a < \pi$

**h)**  $\cot a = -2$  với  $90^\circ < a < 180^\circ$

**Bài 3)** Cho  $\triangle ABC$  có góc  $A = 30^\circ, B = 15^\circ$ .

**a)** Tính  $\sin A, \cos A, \tan A, \cot A$ .

**b)** Tính  $\sin C, \cos C, \tan C, \cot C$ .

**Bài 4)** Tính giá trị của các biểu thức.

**a)**  $A = \frac{4\sin x + \cos x}{3\sin x - \cos x}$  biết  $\tan x = 2$

**b)**  $B = \frac{\tan x - 2\cot x}{2\tan x + \cot x}$  biết  $\cos x = \frac{2}{3}$

**c)**  $C = \frac{3\sin x - 5\cos x}{\sin x + 2\cos x}$  biết  $\cot x = -3$

**d)**  $D = \frac{\tan x + 3\cot x}{7\cot x - 2\tan x}$  biết  $\sin x = -\frac{1}{3}$

**e)**  $E = \frac{4\sin^2 x + \cos^2 x}{2\sin^2 x - 3\cos^2 x}$  biết  $\cot x = -4$

**f)**  $F = \frac{3\sin^2 x - 4\sin x \cos x + \cos^2 x}{2\sin^2 x - 3\cos^2 x}$  biết  $\cot x = 4$

**Bài 5)** Chứng minh các đẳng thức:

**a)**  $(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = 1 + 2\sin \alpha \cos \alpha$

**b)**  $(\sin \alpha - \cos \alpha)^2 = 1 - 2\sin \alpha \cos \alpha$

**c)**  $\frac{1}{\sin^2 \alpha} = 1 + \cot^2 \alpha$

**d)**  $\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$

**Bài 6)** Chứng minh các đẳng thức:

**a)**  $1 + \sin x + \cos x + \tan x = (1 + \cos x)(1 + \tan x)$

**b)**  $\frac{\sin x + \cos x - 1}{1 - \cos x} = \frac{2\cos x}{\sin x - \cos x + 1}$

**c)**  $\frac{\tan x - \sin x}{\sin^3 x} = \frac{1}{\cos x(1 + \cos x)}$

**d)**  $\cos^2 x (\cos^2 x + 2\sin^2 x + \sin^2 x \tan^2 x) = 1$

**e)**  $\sin x \cos x (1 + \tan x)(1 + \cot x) = 1 + 2\sin x \cos x$

Bài 7) Chứng minh các đẳng thức sau không phụ thuộc vào x.

**a)**  $A = (\tan x + \cot x)^2 - (\tan x - \cot x)^2$

**b)**  $B = \frac{2}{\tan x - 1} + \frac{\cot x + 1}{\cot x - 1}$

Bài 8) Cho  $\sin \alpha + \cos \alpha = m$ . Tính theo m:

**a)**  $\sin \alpha \cdot \cos \alpha$

**b)**  $\sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha$

Bài 9) Cho  $\tan \alpha + \cot \alpha = k$ . Tính theo k:

**a)**  $\tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha$

**b)**  $\tan^4 \alpha + \cot^4 \alpha$

Bài 10) Đơn giản các biểu thức.

**a)**  $A = \sin 100^\circ + \sin 80^\circ + \cos 16^\circ + \cos 164^\circ$

**b)**  $B = \sin 132^\circ + \sin 48^\circ + \cos 10^\circ + \cos 170^\circ$

**c)**  $C = 2\sin(180^\circ - \alpha) \cdot \cot \alpha - \cos(180^\circ - \alpha) \cdot \tan \alpha \cdot \cot(180^\circ - \alpha)$

**d)**  $D = \tan 1^\circ \tan 2^\circ \dots \tan 88^\circ \tan 89^\circ$

Bài 11) Cho tam giác ABC bất kỳ. Chứng minh rằng:

**a)**  $\sin(A + B) = \sin C$

**b)**  $\cos(A + B) = -\cos C$

**c)**  $\tan(A + B) = -\tan C$

**d)**  $\cot(A + B) = -\cot C$

**e)**  $-\frac{1}{\cos^2 C} = 1 + \tan^2(A + B)$

**f)**  $\cos \frac{B+C}{2} = \sin \frac{A}{2}$